

Capítulo 3

**Análise de erros em matemática
como metodologia de ensino:
também uma questão social**

Telma Cristina Pimenta de Freitas

Como evitar ou, ao menos, desvencilhar-se do erro, abrindo caminho para o acerto?

Talvez o problema esteja na pergunta que traz, envolta, uma certeza absoluta: a do caráter negativo e prejudicial do erro. Cumpre desviar o olhar e entabular outras perguntas, muito mais ingênuas, mas não menos importantes. O que é o erro? E, ainda, seria o erro um desvio irrevogável?

Para o escritor de origem tcheca, Milan Kundera (2017), as perguntas realmente sérias são apenas aquelas que até mesmo uma criança pode formular. Assim, vamos intentar outras perguntas e outras respostas.

Ora, nesse caminho de procura, podemos dizer, de imediato, que o erro pressupõe a existência de outro sujeito, real ou imaginário: erra-se diante de algo ou alguém. Se considerarmos o caráter gregário do ser humano, cuja identidade é sempre forjada na alteridade, o erro seria constituinte de nossa humanidade e poderíamos mesmo dizer que o acerto é preferível ao erro apenas porque pressupõe e/ou estabelece um “acordo”, a partir do qual avança o processo civilizatório. Nas salas de aula, os professores buscam o “acerto” dos alunos, pois inserem o estudante na cultura escolar e científica e fazem dele um membro herdeiro da civilização, um “igual” entre “iguais”. Segundo esse argumento, o caráter daninho do erro fica, ao menos em parte, justificado.

Mas seria o erro necessariamente um juízo falso, um engano, uma incorreção? Traria o erro um desvio irrevogável? Ora, não existe um único

caminho para o que estabelecemos como o “correto” ou “desejável”. Na singularidade de cada destino, o erro pode ser o caminho mais viável, quiçá o único, para o acerto.

Tomemos emprestado um exemplo da literatura, sempre pródiga em arquétipos, no qual a crença no caráter irrevogável do erro acaba por acarretar um destino trágico. Trata-se de *Os miseráveis*, de Victor Hugo, originalmente publicado em 1862. Na história, passada na França do século XIX, Jean Valjean é condenado a cinco anos de prisão por roubar um pão. Seu histórico de tentativas de fuga eleva a pena para longos dezenove anos. O estigma de ter estado na prisão o acompanha após o cárcere, mas o acolhimento e o perdão de um bispo apagam o ressentimento na alma de Jean Valjean e fazem renascer o que de humano e bom existe, mesmo em almas empedernidas. Jean Valjean é apenas um homem, cujas condições sociais adversas o levaram a um delito, um homem cujos anos de reclusão e maus-tratos levaram ao ressentimento, mas que consegue, em grande medida, construir um novo destino. O inspetor Javert, contudo, não acredita na reabilitação de nenhuma alma e anda à procura de Jean Valjean, certo de que o erro, uma vez cometido, nunca arrefece. Ao final da obra, diante da remissão de Jean Valjean, Javert constrói um final trágico para si, por não poder ceder em suas convicções.

Ao contrário de Javert, esperemos que nossas convicções sejam relativas e maleáveis, sem ceder a eventuais fraquezas e/ou favorecimentos de qualquer sorte, para que possamos relativizar os erros, trabalhá-los e redimi-los, transmutando-os em acertos, tal qual o metal vil é transformado em ouro pelo alquimista.

O problema do erro ganha um teor dramático quando se trata da ciência, e, em particular, da matemática. No caso da matemática, sua pretensa universalidade e neutralidade poderia, em um primeiro momento, levar o leitor a objetar nossas perguntas. Afinal, diante de um problema, a resposta é, muitas vezes, única. O desenvolvimento deveria então seguir um padrão ou algoritmo, e qualquer outro procedimento seria tergiversar

um assunto claro e límpido como a linguagem matemática, na qual não cabem equívocos.

Quão obtuso é nosso pensamento se insistimos nesse caminho? Os erros revelam o que o aluno não sabe, mas também o que ele sabe e põe a descoberto. Muitas vezes, a lógica que sustenta o erro pode estar correta em outro contexto e, portanto, não pode ser meramente descartada.

Este capítulo resgata as prerrogativas, dados e resultados de uma pesquisa realizada na Universidade do Estado de Minas Gerais, Unidade Ibirité (UEMG/Ibirité), no âmbito das Ciências Exatas, para um trabalho de conclusão de curso que lida com o estudo de erros em matemática.

Embebidos na obra de Helena Noronha Cury, autora brasileira que, provavelmente, mais trabalhou com erros e matemática como metodologia de pesquisa e de ensino, realizamos uma experiência com alunos do 1º ano do ensino médio de uma escola estadual de Ibirité, Região Metropolitana de Belo Horizonte (RMBH), Minas Gerais.

Erros em matemática

Cury, em sua obra, enfatiza que a proposta de análise de erros pode ser enfocada como metodologia de ensino (Cury, 2008). Trata-se de saber como, através do deslize cometido pelo aluno, podemos perceber as suas reais dificuldades, dar outro sentido ao erro e apontar o caminho correto, além de perceber o que o aluno sabe através do raciocínio ou escrita, ainda que, em um primeiro momento, tenha se equivocado.

Cury (2007, p. 82) enfatiza que “é necessário elaborar intervenções didáticas que desestabilizem as certezas, levando o estudante a um questionamento sobre suas respostas”. Além disso:

Ao avaliar a resolução de um problema não somente pelo produto final, mas especialmente pelo processo de solução,

podemos analisar a forma como o aluno solucionou a questão descobrindo suas estratégias, detectando dificuldades e tecendo hipótese sobre os erros (Cury, 2008, p.87).

Vemos, dessa forma, como a análise da produção escrita dos alunos e dos seus erros pode se tornar uma metodologia de ensino. Citamos ainda, sobre abordagem de erros como metodologia de ensino, os trabalhos de José Ferreira dos Santos Júnior (2020), Capelin e Nogueira (2013), Bzunek *et al.* (2015), entre outros.

No presente trabalho a experiência consistiu na aplicação de uma atividade voltada às propriedades de potência e de equações de segundo grau, com o objetivo de averiguar os erros e tentar desvendar suas razões. Após uma taxilogia, isto é, identificação e classificação dos erros, foi possível apontar para dificuldades com a linguagem escrita, em geral, e com a linguagem matemática, em particular. Em um segundo momento, aplicamos novamente a atividade, desta vez com a indicação dos erros, e alguns alunos foram entrevistados.

Na maioria das vezes, os alunos não identificaram os erros e, nas entrevistas, atenuaram as dificuldades, demonstrando desconhecimento da necessidade de se utilizar a escrita correta para efetivo esclarecimento do raciocínio e da comunicação entre pares.

Averiguar o desconhecimento ou dificuldade com a linguagem, sendo a linguagem um artefato cultural e social, passa, em alguma instância, por uma análise sociológica. Como a escola é por excelência o lugar da linguagem escrita, atribuímos essas dificuldades (dentre outros fatores) ao pertencimento de classe dos estudantes, seguindo as teorias de Pierre Bourdieu (1930-2002) e Bernard Lahire (1963-), que estudaram com profundidade as desigualdades escolares e a linguagem na escola.

O Índice de Desenvolvimento Humano (IDH) do município de Ibitaré é um dos menores da RMBH, sendo possível enquadrar os alunos nas chamadas “classes populares”. Embora saibamos que o pertencimento de classe não é condição necessária nem suficiente para o êxito escolar, alunos de

classes populares possuem, de modo geral, maiores dificuldades com as regras da escrita que seus pares pertencentes às classes média e alta. Este capítulo pretende, portanto, apresentar parte dos resultados da pesquisa, à luz de Pierre Bourdieu e Bernard Lahire.

Acreditamos que a escola deve, sobretudo, incitar o pensamento crítico, sem renunciar ao seu papel de formação clássica. Deve tanto tornar compreensível e assimilável os saberes acumulados, como deve, também, formar sujeitos com capacidade de transformação.

A sociologia da educação e Pierre Bourdieu

Pierre Bourdieu é referência canônica quando se discute a questão de desigualdades escolares. A Teoria da Reprodução de Bourdieu e Passeron aponta para “as relações entre sistema de ensino e a estrutura das relações entre as classes”, como explicitam os próprios autores no prefácio da obra *A reprodução* (Bourdieu; Passeron, 2014, p. 11). Mais especificamente, a escola passa de instância democratizadora, como era vista tanto pela sociologia quanto pelo senso comum, para uma instância de reprodução e de legitimação de privilégios.

A escola valoriza o sentido de ordem, a lógica da classificação e um certo distanciamento com a linguagem oral – elementos próprios da linguagem escrita –, qualidades mais naturalmente difundidas em meios e extratos de classes médias e altas. Assim, em um primeiro momento, os saberes de alunos de classes populares não são valores preconizados pela escola.

Em relação a Bourdieu, de um ponto de vista mais amplo – diferentemente de uma tradição economicista, na qual o capital econômico aparece como principal definidor das relações sociais –, o autor considera a existência de vários capitais: capital cultural, capital econômico, capital social e capital simbólico. Os indivíduos ocupariam posições diferenciadas na estrutura social em função do volume e da natureza de seus capitais. Em relação à educação, Nogueira e Nogueira (2014) argumentam como,

para Bourdieu, o capital cultural constitui, principalmente na sua forma incorporada,¹ o elemento da herança familiar que teria o maior impacto na definição do destino escolar.

Segundo Bourdieu (2013), a noção de capital cultural tornou-se indispensável como hipótese ao permitir compreender as desigualdades de desempenho escolar de crianças provenientes das diferentes classes sociais. As desigualdades nos resultados escolares se mostram fortemente associadas à distribuição desse capital entre as classes, ou frações de classes, com estudantes de camadas populares obtendo um desempenho inferior. Para duas crianças com capital econômico semelhante, o capital cultural tende a ser definidor do sucesso escolar.

Para Bourdieu (2013), cada família transmite a seus filhos, tanto por vias indiretas como diretas, um certo capital cultural e um certo sistema de valores implícitos, os quais serão internalizados e passarão a influenciar toda a relação do estudante com o sistema de ensino.

Talvez o grande mérito da análise sociológica de Bourdieu, mais do que deslocar a questão do âmbito econômico para o cultural, seja discutir como opera e qual é a dinâmica da transmissão do capital cultural (Bourdieu, 2013), uma vez que não podemos determinar de antemão quais são as vias de transmissão. Os meios de transmissão são tácitos e, muitas vezes, intangíveis, especialmente no que se refere à influência linguística, que é perene, não deixando jamais de se exercer e, mais do que isso,

[...] a língua não é apenas um instrumento de comunicação, mais ou menos eficaz, mais ou menos adequado, mas ela fornece, além de um vocabulário mais ou menos rico, uma sintaxe, um sistema de categorias mais ou menos complexo, quer lógicas, quer estéticas, de sorte que a aptidão à decifração e a manipulação de estruturas complexas, quer elas sejam lógicas ou estéticas, depende em certa parte da língua transmitida pela família (Bourdieu, 2013, p. 97).

1 O capital cultural encontra-se nas formas de capital incorporado, objetivado e institucionalizado.

Assim, não seria pelas vias diretas, como a ajuda com tarefas escolares, que as crianças dos meios mais privilegiados conseguiriam maior “rentabilidade escolar” – para utilizar uma expressão do sociólogo francês –, mas sim através de um outro processo, que chegou a ser chamado por Bourdieu de “osmótico”. Como resultado de um amplo, cotidiano e nem sempre sistemático processo de socialização, as crianças das classes privilegiadas carregariam “no corpo” certas disposições, saberes e um “bom gosto”, típicos do seu meio social, e que são importantes, de forma explícita ou implícita, para o sucesso escolar.

Embora Bourdieu (2013) discorra sobre a transmissão do capital cultural, suas análises de caráter macrossociológico sobre as relações entre o capital cultural e as classes, ou frações de classes, não foram consideradas suficientes. No que pese a tentativa de não determinismo da transmissão do capital cultural empreendida por Bourdieu, subsistem críticas que consideram que a transmissão desse capital se efetiva de forma muito mais complexa e delicada do que a indicada pelo autor (Charlot, 2000; Lahire, 2005; Singly, 2009). Se quisermos extrair a essência mesma dessas críticas desses diversos autores, diríamos que, apesar de Bourdieu ter pretendido solapar o aspecto determinista da relação entre estrutura social e ação individual, a subjetividade ainda ficou por demais presa a um pertencimento de classe ou posição.

Além disso, a Teoria da Reprodução de Bourdieu e Passeron e as análises macrossociológicas sobre a escola não lançaram luz (e nisso consiste grande parte da crítica, por exemplo, de Lahire a Bourdieu) sobre o que ocorre nos intramuros das instituições, quais as modalidades da reprodução e, através de uma sociologia da prática, como operam as configurações de sucesso e/ou fracasso escolar. Nesse sentido, nos últimos anos, um ramo importante da sociologia da educação tem se voltado para as práticas escolares efetivas, isto é, para o que ocorre no interior da escola.

Neste trabalho, consideramos o conhecimento prévio da linguagem matemática básica como capital cultural incorporado no sentido bourdie-siano. Esse capital está atrelado às condições de classe, no rastro do que

ensinou o sociólogo francês. Contudo, essa variável e esse aspecto não são mecanicamente determinantes do sucesso ou do fracasso escolar, e seria necessário nos deter nas complexas variações individuais, através dos retratos sociológicos e da teoria de Bernard Lahire. Portanto, dado o escopo do trabalho, essa análise não se realizou.

A relação da escola com a linguagem: Bourdieu e Lahire

A escola é o lugar no qual a linguagem escrita se efetiva. No capítulo “Sistema de ensino e sistema de pensamento”, da obra *A economia das trocas simbólicas*, Bourdieu (2003, p. 205) apresenta e ressalta a ideia de função de integração cultural da instituição escolar. O autor compara o papel da escola ao da religião em sociedades primitivas pelo fato de a cultura escolar propiciar aos indivíduos um corpo comum de categorias de pensamento, que tornam possível a comunicação.

Para possibilitar a comunicação, Bourdieu mostra que homens formados segundo uma mesma cultura não só possuiriam os mesmos códigos e atribuiriam os mesmos significados às mesmas palavras, mas também concordariam sobre quais são as questões relevantes de sua época, aquelas sobre as quais valeria a pena se debruçar, mesmo que sobre elas tecessem opiniões diversas.

Mas Bourdieu vai além e afirma que, na formação de pares de comunicação, os aspectos externos, como conjuntos metódicos e sistemáticos de leis e preceitos, conhecimento de conceitos científicos e domínio de linguagens, não seriam determinantes. Antes, seriam mais determinantes os aspectos internos de estruturação do pensamento. Na aquisição de um conjunto de habilidades, os homens se formam não apenas adquirindo um código comum, mas, na aquisição do código, estabelecem-se, nas palavras de Bourdieu, esquemas assimiladores fundamentais:

A cultura não é apenas um código comum nem mesmo um repertório comum de respostas a problemas recorrentes. Ela constitui um conjunto comum de esquemas fundamentais previamente assimilados, e a partir dos quais se articula, segundo uma arte da invenção análoga a da escrita musical, uma infinidade de esquemas particulares diretamente aplicados a situações particulares (Bourdieu, 2003, p. 208).

O que Bourdieu aponta sobre a cultura, transpomos para a linguagem: a aquisição da linguagem, inclusive a matemática, não teria como objetivo ou saldo tão somente permitir ao aluno se comunicar nessa modalidade, isto é, não só instrumentalizaria o aluno, mas seria parte estruturante de seu pensamento.

No que se refere à matemática, a ênfase se dá sobre a linguagem escrita, seja porque a escola é o lugar da linguagem escrita por excelência, seja porque a linguagem matemática não tem uma contrapartida na oralidade. Se, no estudo da língua, as práticas da escrita introduzem uma distância para a prática da oralidade, no caso da matemática, que não conta com uma contrapartida oral, o estudante se vê lançado no cerne da abstração. Talvez seja essa uma das razões que tornam a matemática especialmente difícil em comparação a outras disciplinas escolares, notadamente as relacionadas às linguagens, dado que, normalmente, possuem uma contrapartida oral, que serve de suporte ao aprendizado dos códigos escritos.

Segundo Lahire, a escola pressupõe que a linguagem seja tomada como um objeto passível de análise nela mesma, seguindo sua lógica interna de funcionamento. Para Lahire (1997), existe ainda a tese sobre o papel da escrita na produção do sucesso e dos insucessos escolares. A escola, em sua valorização da cultura escrita, preconiza um afastamento da linguagem oral, para que a criança se aproprie da língua como se estivesse “fora dela”. A escola estabelece uma mudança ontológica na relação com a linguagem (Lahire, 2005, p. 134). Conforme Lahire (2005), a criança sai de “dentro da linguagem” para estar “face a face” com ela, analisá-la, decompô-la, dividi-la, sublinhá-la. Esse afastamento, necessário à

execução da língua escrita, proporcionaria um distanciamento em relação às situações imediatas, uma reflexividade, que, por seu turno, alimentaria a própria capacidade de reflexão, de planejamento e de cálculo exigidas pela escola. Algo semelhante aconteceria com a matemática. Portanto, essas seriam as principais dificuldades encontradas nos alunos de classes populares, objeto de nosso estudo.

Percurso metodológico

A presente investigação se deu com estratégia metodológica qualitativa. Por meio da revisão bibliográfica, obtivemos a âncora necessária para o desenvolvimento da pesquisa. Segundo os autores estudados, o erro deve ser examinado a fim de descobrir a lógica com que ele se instala e, consequentemente, convertê-lo à lógica “correta”. Para termos acesso aos erros, os pesquisadores foram a campo e coletaram os dados necessários à pesquisa.

Para Sampieri, Collado e Lucio (2013, p. 30), “a pesquisa é um conjunto de processos sistemáticos, críticos e empíricos aplicados no ensino de um fenômeno”. Assim, nossa pesquisa busca solucionar o problema obedecendo a um conjunto de processos sistemáticos que ocorreram, no que se refere ao trabalho de campo, em três momentos.

No primeiro momento foi aplicada uma atividade diagnóstica para os alunos do 1º ano do ensino médio, em uma escola estadual de Ibitaré (MG). Essa atividade trata de regras de potências e de resoluções de equações do segundo grau. Apresentaremos apenas as resoluções obtidas nas equações do segundo grau, pois, em grande medida, a parte relativa às potências retornou em branco. As atividades foram corrigidas e, depois de levantados os erros cometidos pelos alunos, foram novamente aplicadas. Nesse segundo momento, o objetivo era averiguar se os alunos reconheciam o erro apontado e se conseguiam solucioná-lo. Além disso, foi informado aos alunos o algoritmo de resolução da equação de

segundo grau, com o intuito de verificar se eles conseguiam utilizar um algoritmo corretamente.

Em um terceiro momento, realizamos entrevistas com alguns alunos participantes do processo, com o objetivo de aprofundar nossa análise e verificar as possíveis razões para ocorrência dos erros.

Muitas foram as respostas em branco e parciais. Analisando esse aspecto, é importante considerarmos que o trabalho se deu logo após a pandemia de covid-19 que acometeu o Brasil e o mundo entre 2019 e 2022. No período pandêmico, as aulas foram ministradas de forma remota, mudança que ocorreu de forma abrupta e sem a necessária formação dos professores. Para alunos de classes populares, muitas vezes sem artefatos e condições favoráveis ao trabalho remoto, o problema adquiriu contornos dramáticos.

É importante ressaltar que, não obstante todas as dificuldades, alguns dos professores se adaptaram e reinventaram suas metodologias. Novas ferramentas tecnológicas auxiliares, que contribuíram de maneira contundente no processo de ensino e aprendizagem dos alunos durante o distanciamento social, foram sendo descobertas. Além disso, várias inovações e grande parte dos recursos tecnológicos continuaram em uso, mesmo com o fim da pandemia.

Assim, entendemos que o trabalho remoto realizado durante a pandemia impactou o resultado de nossa pesquisa. Os conteúdos que compõem as atividades diagnósticas escolhidas para a pesquisa são introduzidos no 9º ano do ensino fundamental. Logo, não hesitamos em aplicar essas atividades no 1º ano do ensino médio, partindo do pressuposto de que os alunos já tinham conhecimento sobre o conteúdo, não sendo necessária uma introdução prévia.

As atividades foram corrigidas e devolvidas aos alunos, que deveriam averiguar os erros. Essa etapa revelou-se um fracasso, o que nos remeteu ao terceiro momento da pesquisa.

O terceiro momento com os alunos consistiu em uma entrevista semiestruturada e individualizada. Escolhemos alguns alunos para responder às seguintes perguntas:

1. As atividades apresentadas retornaram com muitas questões em branco. Você deixou questões em branco? A que você atribui esse fato?
2. De que forma a pandemia do coronavírus que acometeu o Brasil e o mundo impactou seus estudos? Você considera que, além dos conteúdos e matérias, seu interesse pela escola também foi afetado?
3. A grande maioria dos alunos respondentes não realizou a atividade 1, que versava sobre potência. Qual foi, a seu ver, a dificuldade?
4. Em relação à questão 2, letra (a), que versa sobre equação de 2º grau, você resolveu? Sentiu alguma dificuldade? Se você cometeu erros, pode explicar as razões que o levaram ao equívoco?
5. E em relação à letra (b), qual foi a dificuldade?
6. Aponte as principais dificuldades na resolução da letra (c).
7. Você gostaria de acrescentar algo sobre suas dificuldades e/ou sobre os erros que comete em matemática?

Os alunos escolhidos foram aqueles que responderam as questões e que se encontravam na escola no momento marcado para a entrevista. O objetivo foi perceber, por meio das entrevistas, quais as dificuldades enfrentadas pelos alunos e entender, através das suas trajetórias escolares, como e por que os erros foram cometidos.

Apresentação e análise dos resultados

Procederemos à apresentação e análise dos resultados. Serão expostos, nas questões da atividade diagnóstica, os objetivos relativos a cada item e as análises das soluções. A seguir temos a descrição analítica das entrevistas realizadas.

Atividade diagnóstica

Os alunos respondentes foram designados por A1, A2, A3, e assim por diante, com 16 alunos respondentes no total.

A atividade diagnóstica foi constituída de duas questões, como mostrado a seguir:

Questão – 1

Resolva as equações propostas:

a. $3^3 \cdot 3^{-5} + (7^2)^2 : 7^{14}$

b. $(5-9)^3 \cdot (12^{10} : 12^9) \cdot (-4)^{-2}$

c. $s = \frac{a^{\frac{3}{5}} \cdot a^{\frac{1}{3}}}{a^{\frac{3}{2}}}$

d. $x = \sqrt{a^2 + 16}$ com $a = 3$

Este exercício pretendeu não só verificar o conhecimento de propriedades de potências, mas também os critérios de simplificação de potências negativas, soma de frações e conhecimento da hierarquia das operações. Avaliando os objetivos mais detalhadamente, temos:

- **Item (a)** pretende verificar se o estudante conhece as propriedades de potenciação e a hierarquia das operações;
- **Item (b)** acrescenta às habilidades contempladas no item anterior a verificação de como o aluno trabalha operações de potência negativa e de base negativa;
- **Item (c)** verifica se o aluno sabe somar e subtrair frações;
- **Item (d)** verifica se o aluno obedece corretamente ao comando dado e como ele trabalha a raiz quadrada.

Questão – 2

Resolva as equações propostas:

a. $4x^2 - 64 = 0$

b. $x^2 - 7x + 6 = -6$

c. $(x - 2)^2 = 4$

Este exercício pretende averiguar se o procedimento de resolução de equações está “mecanizado”, ou se o aluno conhece as possibilidades de resolução de uma equação do 2º grau, através de manobras devidas.

Retomando a atividade, podemos explicitar nossos objetivos:

- **Item (a)** verificar se os alunos sabem utilizar corretamente o algoritmo de resolução de equações ou se percebem tratar-se de uma equação incompleta;
- **Item (b)** verificar se os alunos percebem corretamente a equação, escrevendo-a no formato $ax^2 + bx + c = 0$;
- **Item (c)** identificar a aplicação correta de potência menos produto notável.

Uma porcentagem menor de alunos tentou responder a pelo menos alguma das atividades sobre as regras de pequena potência, assunto tratado durante o período de ensino remoto, enquanto a maioria tentou responder sobre equações de segundo grau, assunto abortado no retorno ao ensino presencial. Logo, optamos por analisar, sobretudo, as equações do 2º grau, retirando as atividades relativas a regras de potência. O “esquecimento” dos alunos sobre o conteúdo dessa matéria nos pareceu uma evidência da fragilidade do ensino remoto.

A orientação dada foi que toda a memória de cálculo e raciocínio para resolução de cada questão deveria ser expressa na resposta. Contudo, uma vez que a questão 1 foi devolvida praticamente em branco por grande parte dos alunos, analisaremos apenas as respostas da questão 2.

Em relação à questão 1, vale a pena mencionar apenas o caso de um dos alunos que confundiu potência com multiplicação: $12^{10} = 12 \cdot 10 = 120$; e $12^9 = 12 \cdot 9 = 108$; mas, estranhamente, errou a potência 4^3 , que, seguindo o seu raciocínio, deveria ter “12” como resultado, mas a resposta foi “16”. Assim, há uma clara tentativa de resolução, contudo, o aluno apresenta um não conhecimento das regras de potenciação.

Com esse resultado, percebemos não só a dramaticidade e a precariedade da formação desses alunos, mas que através do erro podemos descobrir os níveis de conhecimento dos alunos.

A segunda atividade foi constituída por questões de segundo grau, com três itens: (a), (b) e (c). Os resultados, analisados por questão, foram os seguintes:

Questão 2 – (a):

$$4x^2 - 64 = 0$$

Metade dos 16 alunos resolveu a questão, ao menos parcialmente. Todos conseguiram identificar os coeficientes. O aluno identificado como A1 escreveu $\Delta = \sqrt{\Delta}$. Não obstante o erro de escrita, o aluno calculou

corretamente a raiz do discriminante. Já no cálculo da raiz da equação, seria necessário efetivar o cálculo de $\frac{32}{8} = 4$, mas o aluno procedeu da seguinte maneira:

$$\frac{32}{2} = \frac{16}{2} = \frac{8}{2} = \frac{4}{2}$$

Como podemos observar, as igualdades não se confirmam e a escrita está incorreta. Mas, claramente, o aluno escreve o que lhe passa na mente e divide por 2 o resultado anterior, qual seja 16, que dividido por 2 resulta em 8, que novamente é dividido por 2. Efetua mentalmente um raciocínio correto, mas que parece escrito como está em sua cabeça, sem a preocupação sobre o que está grafado no papel. A falta de preocupação com a escrita é também um distanciamento com o que está sendo escrito e com o fato de que o que se reproduz é direcionado a um leitor.

Alguns alunos, como A2, A3 e A7, não efetivaram os cálculos. O aluno A10, por sua vez, escreveu:

$$x = \frac{0 + 32}{8} = \frac{72}{8} = 4$$

Qual a origem do 72? Será que o aluno escreveu uma coisa, pensando em outra? Se eliminarmos a possibilidade de cola, como parece ser possível, vemos, ao menos, pouca preocupação com a escrita, isto é, com o que está acontecendo mentalmente e o que está sendo efetivado.

Apenas 2 dos 16 alunos responderam corretamente à questão, mas com erros de escrita, o que corrobora as considerações mencionadas acima.

Questão 2 – (b):

$$x^2 - 7x + 6 = -6$$

O item (b) da questão 2 só foi corretamente resolvido por um estudante, o aluno A11, que acerta a resposta, mas comete erros de cálculo no

decorrer da resolução que, estranhamente, não “maculam” o resultado. Novamente, o grande problema parece ser a comunicação escrita. O aluno não consegue escrever matematicamente o que efetua mentalmente, demonstrando que parece existir uma distância entre o que calcula e o que escreve no papel.

Outro erro recorrente é a identificação dos coeficientes. Os estudantes parecem não saber o que fazer com o termo que aparece no segundo membro da equação, o “-6”. Trata-se, aqui, de um erro de identificação dos termos da equação com o da forma padrão $ax^2 + bx + c = 0$. Os estudantes parecem não perceber que a equação deve ser adequadamente manobrada para ser comparada com o padrão, o que permitiria identificar adequadamente os coeficientes. Trata-se, também, de um erro de leitura, que parece intimamente conectado aos erros de escrita.

Questão 2 – (c):

$$(x - 2)^2 = 4$$

Apenas um aluno resolveu o item (c) corretamente, enquanto a grande maioria deixou a resposta em branco. Parece, portanto, que não conhecem as propriedades de produto notável.

Para esse primeiro momento, fizemos um levantamento do número de acertos, de respostas parciais, dos não acertos e das questões em branco na segunda questão, que trata de equações do segundo grau.

A Tabela 1 representa os resultados obtidos com as atividades das equações do segundo grau aplicadas aos alunos.

QUESTÕES	RESPOSTAS CORRETAS	PORCENTAGEM DE RESPOSTAS CORRETAS	RESPOSTAS PARCIAIS	PORCENTAGEM DE RESPOSTAS PARCIAIS	RESPOSTAS INCORRETAS	PORCENTAGEM DE RESPOSTAS INCORRETAS	RESPOSTAS EM BRANCO	PORCENTAGEM DE RESPOSTAS EM BRANCO
2 a)	4	26,7%	4	26,7%	3	20%	4	26%
2 b)	2	13,3%	0	0	6	40%	7	46%
2 c)	1	6,7%	0	0	3	20%	11	73%

Tabela 1 – Porcentagem dos resultados

Fonte: elaborado pela autora a partir de dados de pesquisa.

Dado que quase nenhum aluno fez a primeira atividade, relativa às regras de potência, levantou-se a hipótese de outros problemas para além do conteúdo, por exemplo, a pandemia e a questão cultural-econômica dos alunos. Tendo em vista as dificuldades apresentadas, fizemos uma nova visita à escola. Assim, a segunda parte da pesquisa consistiu em averiguar se, diante do algoritmo apresentado previamente, os alunos conseguiriam fazer uma leitura do que está escrito matematicamente e, para além disso, se, através dos erros apontados, eles identificariam a razão que os teria levado aos equívocos.

O resultado foi dramático, com os alunos identificando muitas vezes os erros, que eram sobretudo de escrita, mas julgando-os não relevantes.

Entrevistas

Entrevista aluno A1

O aluno atendeu ao pedido de entrevista de forma simpática e receptiva. Ele atribuiu deixar questões em branco à “não saber sobre essas questões”, mas também ao fator tempo. Em outro momento, disse ter estudado potências, mas de uma maneira diferente do que foi solicitado no exercício. Como o aluno deixou as questões totalmente em branco, foi impossível averiguar o que ele sabe ou não sabe, ou mesmo examinar

suas afirmações. Por essa razão nos atentamos à questão 2, que foi quase totalmente resolvida.

No item (a) os erros foram, sobretudo, de escrita. O aluno não identificou o erro, embora esse tenha sido apontado no segundo momento da pesquisa. Ele mencionou que ficou em dúvida no momento de resolver a divisão para encontrar a raiz da equação, por estar aprendendo de outra forma “que não precisa ficar dividindo”. Lembremo-nos que o aluno realiza divisões sucessivas e escreve “como pensa”, sem distanciamento. Que outra forma seria essa? Será que ele se referia à resolução de equações do segundo grau incompletas, nas quais não é necessário encontrar o discriminante? De qualquer forma, nota-se certa ambiguidade em sua fala, uma vez que parecia nunca ter certeza do que estava falando. Quando perguntado sobre a pandemia e os problemas escolares resultantes do trabalho remoto, por exemplo, inicialmente, o aluno afirmou que não teve muita dificuldade: “estudava on-line, em PDF e em casa”; e acrescenta que “estudava do mesmo jeito”. Mas, depois confessa que era mais difícil para aprender e tirar dúvidas e admite que seu interesse pela escola “diminuiu um pouco”, que não estava “tão focado”.

Nota-se, ao logo de toda a entrevista, um tom ambíguo. Assim, com base em nossas reflexões e leituras, atribuímos essa ambiguidade a dois fatores. O primeiro diz respeito a um aspecto relacionado ao trabalho remoto, originado na pandemia: a rotina de estudos dos alunos era solitária. Como menciona A1, o estudo era “on-line, em PDF e em casa”. Porém, se aprendemos sobre a realidade quando comparamos, relacionamos e hierarquizamos, sem contato com os colegas da mesma turma e de outras mais avançadas, o aluno não se localiza em relação a outros estudantes, outros saberes e outros aprendizados. Como o próprio aluno afirmou, ele “estudava sozinho”. Não se trata aqui de menosprezar o trabalho remoto ou não reconhecer a importância dos cursos de ensino a distância (EAD), mas trabalhos dessa ordem exigem maturidade que, via de regra, não é encontrada no ensino médio e fundamental.

O que queremos dizer é que as condições impostas aos alunos e os professores pela pandemia foram, em geral, abruptas e precárias. O ensino

remoto pressupõe certa maturidade e capacidade do aluno de se comparar a si mesmo no decurso do tempo. Para alunos do ensino fundamental e médio, sobretudo quando pertencem às classes populares, não é essa a realidade. Sem meios de comparação, os alunos não sabem dizer o quanto aprenderam.

Mas os alunos poderiam comparar o ensino na pandemia com o período considerado normal. É aí que entra o segundo aspecto, que, porém, não é menos importante. Assim, é preciso considerar o meio social dos estudantes: sujeitos de classes populares, com pequeno capital cultural. Bourdieu (2013, p. 46) conclui: “mais que os diplomas obtidos pelo pai, mais do que o tipo de escolaridade que ele seguiu, é o nível cultural global do grupo familiar que mantém a relação mais estreita com êxito escolar da educação”.

Assim, a ambiguidade constatada nas falas do aluno parece retratar sua relação ambivalente com a escola. O aluno não tem o desejo de prosseguir com estudos superiores, e o pequeno capital cultural que parece possuir entende como satisfatório o fato de estar frequentando a escola e de concluir o ensino médio.

Entrevista aluno A7

Em um primeiro momento, o aluno identificado por A7 apresentou a atividade praticamente em branco. Na entrevista, quando indagado sobre a atividade, disse que realmente não sabia o que fazer. O aluno demonstrou certa confusão e explicitou isso com as seguintes palavras:

Não que eu não sabia fazer, mas acaba que é tanta coisa no mundo da matemática que acaba misturando tudo na cabeça da gente, aí eu acabei confundindo as coisas, aí meio que embaralhou tudo e eu não soube fazer por causa disso.

Em geral, os alunos respondentes das atividades afirmaram não ter aprendido propriedades de potência. Não podemos, contudo, creditar as

questões em branco a um real desconhecimento por não terem a matéria contemplada no cronograma escolar. Novamente, as falas são dúbias, indicando que os estudantes não estão certos de terem ou não estudado o conteúdo, ou se apenas não se lembram.

Em relação às equações do segundo grau, os alunos aprenderam este conteúdo no ano em que foi realizada a pesquisa, o que favoreceu a resolução das questões. Para o aluno A7, a pandemia e os impactos no ensino parecem ter sido ainda mais dramáticos, pois afirmou, em um primeiro momento, que ficou muito tempo sem aulas remotas:

Ainda nem tinha aula on-line na escola que eu estudava. Eu procurei aprender mais pela internet e assim, sabe? Vendo vídeos pelo YouTube, aulas pelo YouTube e aplicativos, essas coisas.

Percebemos, nesse caso, a solidão do aluno.

Não podemos atribuir “culpa” ao aluno por não estudar adequadamente. Vemos na transcrição acima a tentativa de empreender estudos autônomos, mas o processo pandêmico influenciou de forma tão nefasta a rotina (já em muitos momentos precária) de estudos dos alunos de classes populares que seria quase heroico esperar que os alunos conseguissem resolver os problemas sozinhos.

No caso em questão, seu desinteresse pela escola foi sendo construído ao longo do processo pandêmico. Sabemos que o capital cultural dos alunos participantes da pesquisa é próprio de classes populares, distante do capital cultural das elites, que é, por sua vez, o capital valorizado nas escolas.

Na entrevista, o aluno afirma que na sua escola os professores trabalhavam com o Plano de Estudos Tutorados (PET) que deveria ser entregue pelos estudantes. Contudo, as atividades se acumularam, o aluno alegou que não conseguiu acompanhar o ritmo desejado e que o ensino presencial é muito mais motivador.

Em geral, percebe-se nos estudantes o que depreendemos como uma falta de estudos regulares. Segundo o aluno A7:

É a mesma coisa que disse a vocês no início, eu não sei se o outro aluno tem esse problema. Acaba que em matemática sempre tive muita dificuldade, porque eu meio que misturo as matérias, assim... [O] professor [em uma aula] passa uma matéria nova, na próxima [aula] precisou passar a [outra] matéria nova, na próxima [aula] eu já esqueci a outra que ele passou. Entendeu? Aí eu tive muita dificuldade de fazer, porque é muito número. Acaba que a gente acha: “será que coloca isso aqui?”. Eu me esqueço de [como] fazer.

A partir dessa afirmação, e com base em nossas leituras, podemos conjecturar que o aluno, embora aprenda algo na escola, não sedimenta esse aprendizado através de estudos regulares, ainda que afirme que revê a matéria em casa.

Em relação ao segundo momento da pesquisa, o aluno terminou o referido exercício demonstrando saber utilizar o algoritmo (que foi previamente fornecido). Contudo, alguns erros foram detectados, como a escrita do número 72 no lugar do número 32, indicando que o aluno estava pensando em outra coisa enquanto escrevia.

Como dissemos, a escola é o lugar da linguagem escrita, pressupondo então a existência de um leitor. Os alunos respondentes parecem desconhecer esse aspecto que caracteriza a linguagem em geral e a linguagem matemática em particular.

Na entrevista, o aluno afirmou várias vezes não discernir as matérias, que se confundem, atrapalhando o aprendizado. Contudo, os entrevistadores perceberam a facilidade do aluno em compreender certos raciocínios que foram ensinados, o que aparentemente demonstra que o problema não é de ordem cognitiva, como poderíamos supor, dada sua insistência em um “embaralhar das ideias”. Parece, portanto, que o problema reside na falta de linearidade na prática cotidiana de estudos e realizações de tarefas.

O pouco interesse nas resoluções das atividades (tendo em vista o número de questões em branco), não parece caracterizar uma negligência com o nosso trabalho, mas sim uma negligência com a escola e a sua função. Sendo alunos de classes populares, a escola e os princípios escolares se encontram distantes do cotidiano dos alunos, o que explicaria em certa medida o desinteresse.

Entrevista aluno A13

O aluno identificado por A13 foi o nosso terceiro entrevistado e, como nos casos anteriores, argumentou não ter aprendido potências na escola. No entanto, em um momento posterior, afirmou que a matéria foi contemplada nas aulas, mas que não se lembrava do conteúdo estudado.

Assim, ao ser explicitamente indagado se estudou propriedades e regras de potência, o aluno pareceu se lembrar, chegando a mencionar que já tinha aprendido a matéria. Assim como no caso do aluno A7, o aluno A13 também não conseguiu manter a rotina de estudos proposta pelo PET. A prática solitária de estudos parece ter sido uma marca para esses alunos de classes populares durante a pandemia, que não conseguiam estabelecer uma rotina linear. Creditamos esse aspecto às condições adversas do meio familiar e do entorno da vida dos alunos.

Esses problemas aparentem ser mais graves no ensino fundamental e médio, que compreendem alunos com menos autonomia. Essa circunstância dramática parece traduzir a situação do aluno em questão. Quando indagado em qual série se encontrava quando cessou o ensino presencial, o aluno hesitou e alegou que estava entre o 7º e o 8º ano, reiterando, em seguida, estar no 8º. Ele ainda afirmou não ter estudado o 9º ano, o que nos causou perplexidade, tendo em vista que o aluno já se encontrava no 1º ano do ensino médio. O estudante então explicou que no 9º ano fez os PETs (acumulados) e que foi aprovado.

Sim. Não, espera aí. Só sei que a gente fez tudo. No 9º eu fiz os PETs, que foi acumulando tudo, então eles passaram a gente.

Em relação aos erros, o aluno A13, no item (a), demonstrou, além de não saber trabalhar com potências negativas, o desconhecimento da hierarquia das operações básicas, uma vez que efetivou a soma antes da divisão. Nas questões relativas à equação de segundo grau, notadamente o item (b) da questão 2, o aluno negligenciou o termo que aparece no segundo membro da equação $X^2 - 7X + 6 = -6$, ou seja, o aluno demonstrou desconhecer que uma equação pode ser manipulada para se chegar ao seu formato canônico, a partir do qual vale o algoritmo de resolução. Mesmo diante da indicação do erro, o aluno entendeu que acertou a resposta.

Vale a pena mencionar que na resolução do item (c) o aluno respondeu $(X - 2)^2 = -2X^2$, o que parece demonstrar a falta de conhecimento das operações básicas e a não diferenciação entre subtração e multiplicação. Desse modo, o erro aponta o raciocínio equivocado do aluno e o grave problema dessa não diferenciação. Se não nos atentássemos à natureza do erro, poderíamos tentar prosseguir com o algoritmo de resolução de equação do segundo grau sem perceber essa dificuldade elementar do aluno. Isso demonstra como a análise de erros é importante no processo de construir caminhos ao encontro do aluno, por vezes tão distantes da escola e da linguagem escrita.

Depreende-se da entrevista a tentativa ineficaz do aluno em procurar estudar sozinho; ele afirmou não conseguir resolver os PETS e que fazia pesquisa na internet como forma de estudo. A pesquisa na internet requer habilidades e competências de busca e discernimento que não podemos esperar de alunos no ensino fundamental, salvo algumas exceções.

Conclusão

Nessa pesquisa, os erros em matemática demonstraram a grande dificuldade dos alunos com a escrita.

Os exercícios escolares, quando não se referem a problemas ou situações particulares, consistem em manipular, construir e desconstruir expressões algébricas e utilizar propriedades que incluem os entes matemáticos em categorias, classes e enquadramentos. São essas habilidades que parecem faltar aos alunos participantes da pesquisa. Para além dos problemas decorrentes da pandemia, uma distância entre o aluno e a escola aparenta ser o que caracteriza a natureza dos erros encontrados.

Lahire enfatiza que os exercícios escolares classificam, categorizam e hierarquizam o conhecimento, segundo critérios estabelecidos previamente. Estabelecem-se, dessa forma, categorias de juízo, indispensáveis ao desenvolvimento do raciocínio próprio da cultura escolar. A análise de Lahire, no entanto, diz respeito a qualquer área escolar e a análise de erros pode, assim, servir a qualquer disciplina. Deve-se, por fim, desmistificar o erro como nocivo e reabilitá-lo como parte do processo de aprendizagem.

No caso deste trabalho, os erros permitiram perceber o abismo entre os alunos e a escola, além de indicar a solidão dos alunos durante as tentativas de aprendizado no período pandêmico. Abismos, pela sua profundidade e extensão, não permitem ver o outro lado do horizonte. Nossa esperança com esta pesquisa e, futuramente, com outras investigações sobre a natureza dos erros, é que possamos minimizar as distâncias abismais e descortinar novos horizontes.

Referências

BOURDIEU, Pierre. **A economia das trocas simbólicas**. 5. ed. São Paulo: Perspectiva, 2003.

BOURDIEU, Pierre. **Escritos de educação**. Petrópolis: Vozes, 2013.

BOURDIEU, Pierre; PASSERON, Jean-Claude. **A reprodução**: elementos para uma teoria do sistema de ensino. 7. ed. Petrópolis: Vozes, 2014.

BZUNEK, Diovana; PROCEK, Amanda Ferreira; GÓES, Anderson Roges Teixeira; CRUZ, Juliana de Melo. Aplicação de metodologia de análise de erros na disciplina de matemática. *In*: Encontro de Educação Matemática, XII, 2015, Ponta Grossa. **Anais** [...]. Ponta Grossa, Paraná: UEPG, 2015. Disponível em: https://sigpihid.ufpr.br/site/uploads/institution_name/ckeditor/attachments/388/CC35_3.pdf. Acesso em: 27 abr. 2023.

CAPELIN, Lucia Aparecida; NOGUEIRA, Clelia Maria. Análise de erros em matemática: e se fizéssemos do erro um “meio” e não o fim. *In*: PARANÁ. **Os desafios da escola pública paranaense na perspectiva do professor PDE**. Curitiba: Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2013. Disponível em: http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2013/2013_uem_mat_artigo_lucia_aparecida_da_silva.pdf. Acesso em: 27 abr. 2023.

CHARLOT, Bernard. **Da relação com o saber**: elementos para uma teoria. Porto Alegre: ARTMED, 2000.

CURY, Helena Noronha. **Análise de erros em disciplinas matemáticas de cursos superiores**. Porto Alegre: Faculdade de Matemática; PUCRS, 2007.

CURY, Helena Noronha; DA SILVA, Priscila Nitibailoff. Análise de erros em resolução de problemas: uma experiência de estágio em um curso de licenciatura em matemática. **Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia**, Ponta Grossa, v. 1, n. 1, p. 85-97, jan./abr. 2008.

KUNDERA, Milan. **A insustentável leveza do ser**. São Paulo: Companhia das Letras, 2017.

LAHIRE, Bernard. Patrimônios individuais de disposições. **Sociologia, Problemas e Práticas**, Lisboa, n. 49, p. 11-42, 2005.

LAHIRE, Bernard. **Sucesso escolar em meios populares**: as razões do improvável. São Paulo: Editora Ática, 1997.

LAHIRE, Bernard. A indissociabilidade entre linguagem e sociedade. In: VISSER, Ricardo; JUNQUEIRA, Lília (org.). **Dossiê Bernard Lahire**. Belo Horizonte: Editora UFMG, 2017.

SAMPIERI, Roberto Hernández; COLLADO, Carlos Fernandes; LUCIO, María Del Pilar Baptista. **Metodologia de pesquisa**. 5. ed. Porto Alegre: Penso, 2013.

NOGUEIRA, Maria Alice; NOGUEIRA, Cláudio M. Martins. **Bourdieu & a educação**. 4. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2014.

SANTOS JÚNIOR, José Ferreira. **Análise didática de erros**: um estudo com equação do segundo grau. 2020. Dissertação (Mestrado Acadêmico em ensino de ciências e educação matemática) – Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2020.

SINGLY, François. A Apropriação da Herança Cultural. **Educação & Realidade**, [s. l.], v. 34, n. 1, p. 9-32, 2009. Disponível em: <https://seer.ufrgs.br/index.php/educacaoerealidade/article/view/8455>. Acesso em: 28 abr. 2023.